

Simplifier une fraction par décomposition en facteurs premiers

Exemple : $\frac{153}{85}$

Idée clé. Pour simplifier une fraction, on cherche le plus grand diviseur commun du numérateur et du dénominateur. La décomposition en facteurs premiers permet de voir ce diviseur commun directement, sans calcul de tête.

Étape 1 — Crible d’Ératosthène (nombres premiers jusqu’à 99)

Les **nombres premiers** sont ceux qui ne sont divisibles que par 1 et par eux-mêmes. La légende de couleur ci-dessous sera réutilisée dans toutes les étapes :

- n

Nombre premier (fond bleu)
- 17

17 — le facteur commun de 153 et 85 (fond rose)
- n

Nombre composé (non premier)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	

Étape 2 — Décomposition en facteurs premiers

Décomposer 153

$$153 \div 3 = 51 \text{ (somme des chiffres : } 1 + 5 + 3 = 9, \text{ multiple de } 3 \text{)}$$

$$51 \div 3 = 17 \text{ (somme des chiffres : } 5 + 1 = 6, \text{ multiple de } 3 \text{)}$$

17 $\rightarrow$ nombre premier

$$153 = 3 \times 3 \times 17$$

Décomposer 85

$$85 \div 5 = 17 \text{ (se termine par } 5, \text{ divisible par } 5 \text{)}$$

17 $\rightarrow$ nombre premier

$$85 = 5 \times 17$$

Étape 3 — Fraction après décomposition (avant simplification)

On remplace chaque nombre par sa décomposition :

$$\frac{153}{85} = \frac{3 \times 3 \times 17}{5 \times 17}$$

Le **17** apparaît en haut et en bas de la fraction : c'est le **facteur commun** !

Étape 4 — Simplification

On « barre » le facteur commun des deux côtés (car $17 \div 17 = 1$, il disparaît) :

$$\frac{3 \times 3 \times 17}{5 \times 17} = \frac{3 \times 3}{5} = \frac{9}{5}$$

Résultat :

$$\frac{153}{85} = \frac{9}{5}$$

La fraction irréductible est $\frac{9}{5}$.